

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 5 ΙΟΥΛΙΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και $c \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι $(cf(x))' = cf'(x)$, $x \in \Delta$.

Μονάδες 9

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

A3. Πώς ορίζεται ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης;

Μονάδες 3

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το A , τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ έχει πάντα πεδίο ορισμού το A

β) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} (\sin x) = \sin x_0$

γ) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος κάθε κλάσης.

δ) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος n του δείγματος.

ε) Αν $P(A)$ είναι η πιθανότητα ενός ενδεχομένου

$$A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\} \neq \emptyset, \text{ τότε}$$

$$P(A) = P(\alpha_1) + P(\alpha_2) + \dots + P(\alpha_n)$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι βαθμοί 60 μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών κυμαίνονται από 10 έως 20 και έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Αν:

- Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην κλάση $[14, 16)$ του κυκλικού διαγράμματος είναι 144°
- Οι σχετικές συχνότητες των δύο πρώτων κλάσεων είναι ίσες.
- 48 μαθητές πήραν βαθμό έως 16 και
- 6 μαθητές πήραν βαθμό τουλάχιστον 18, τότε:

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα σωστά συμπληρωμένο.

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ [-)	ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΤΙΜΗ x_i	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ v_i	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f_i	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ $f_i \%$
ΣΥΝΟΛΟ				

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} της βαθμολογίας των μαθητών.

Μονάδες 6

B3. Να βρείτε πόσοι μαθητές πήραν βαθμολογία από 10 έως 14

Μονάδες 4

B4. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία τουλάχιστον 17

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και τα ενδεχόμενά του $A = \{\omega_1, \omega_3\}$ και $B = \{\omega_2, \omega_4\}$

Αν είναι $P(A-B) = \frac{\nu+1}{\nu+4}$ και $P(B-A) = \frac{\nu-1}{2\nu}$

όπου ν θετικός ακέραιος, τότε:

Γ1. Να αποδείξετε ότι $P(A-B) = P(A)$ και $P(B-A) = P(B)$

Μονάδες 6

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\nu=4$

Μονάδες 10

Γ3. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και B

Μονάδες 4

Γ4. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου $A' \cup B'$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω t_1, t_2, \dots, t_ν οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής

X ενός δείγματος μεγέθους ν , που έχουν μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s

Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση

$$f(t) = \frac{1}{300s^2} \left(t - \bar{x} \right)^3, \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{και} \quad s \neq 0$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 5

Δ2. Να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f γίνεται ελάχιστος για $t = \bar{x}$ και να βρείτε την ελάχιστη τιμή του.

Μονάδες 6

Δ3. Αν $f'(0)=1$, να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής CV των παραπάνω παρατηρήσεων και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 8

Δ4. Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή των αριθμών $f'(t_1), f'(t_2), \dots, f'(t_n)$ είναι ίση με $\frac{1}{100}$

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.** Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 9:30 π.μ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ